## SES'2005

## ПРИЛОЖНО РЕШЕНИЕ НА ОСНОВНОТО ДИФРАКЦИОННО УРАВНЕНИЕ

Иван Кирилов Христов, Живко Стоянов Жеков

Институт за космически изследвания – БАН 1000, гр. София, ул. Московска 6

## **APPLIED SOLUTION OF THE BASIC DIFFRACTION EQUATION**

Ivan K. Hristov, Zhivko S. Jekov

Space Research Institut, Bulgarian Academy of Science 6 Moskovska Str., Sofia 1000

## Key words: mathematical correlations, diffraction grating, solution of basic equation

**Abstract**: In this work the ways to find a practically suitable solution of the basic equation about a spectral apparatus with diffraction grating are described. The given solutions are used when designing some of the kinds of the spectral appliances, used for defining the general content of ozone and for other applications.

The obtained results are generalized in a full set of methods which aims to become an important handbook for most specialists who are engaged with spectral appliances with diffraction grating.

Едно от основните направления, успешно развиващи се в космическото уредостроене е разработването на оптични уреди и апаратури [1,3,10] за изследвания в областта на космическата физика и дистанционните методи [2,5,6,8,9].

Представени са практически прийоми за проектиране на спектрален уред с равнинна отражателна дифракционна решетка. Въз основа на геометрични съотношения при отразяване на изследван светлинен поток от дифракционна решетка се явяват няколко варианта за по-целесъобразно използване на основните елементи, изграждащи такъв уред. Тези знания са необходими при проектиране и разработване на уникална спектрална апаратура. Водещите в областта фирми разработват и доставят на пазара стандартни спектрални уреди преди всичко с универсално предназначение. Същевременно в каталозите им са поместени и елементи за тях: оптични елементи: дифракционни решетки, призми, процепи и други. Това дава възможност на специалисти изследователи да проектират теоретично най-подходящия спектрален прибор. Практическата реализация обаче е съпроводена с проблеми, свързани с подбора на подходящи градивни елементи, съществуващи в каталозите на фирмите производители. Основните признаци при вземане на подходящо решение са изложени в настоящата работа.

Основен водещ параметър е спектралния диапазон:  $\lambda_1...\lambda_2[nm]$ . Той може да е в ултравиолетовата видимата или инфрачервената част на спектъра. Въз основа на принципа за дифракция на светлинния поток от дифракционна решетка, следва да се уточнят основните параметри за нея. За целта на фиг. 1 са представени



Фиг. 1 Съотношение между ъглите за отражателна дифракционна решетка n – височина (дълбочина) на щрихите; *d* – стъпка (период) на решетката; *δ* - ъгъл на блясъка за решетката; *L* = *d*.*N* – работна дължина на решетката *N* – брой щрихи на 1мм

геометричните съотношения между ъглите за отражателна дифракционна решетка [7].

Съгласно фигурата, отражателна се явява стената "*b*". При което следващата отражателна стена е изместена на разстояние "*h*". Условието за максимумите на концентрирано отразената енергия е [4]:

(1) 
$$m\lambda = d(\beta + \sin \alpha),$$

където *m* = 0,1,2....порядък на спектъра;

 $\lambda = [nm]$ , спектрална дължина на излъчваната енергия;

 $d = 1.10^6 / N[nm]$  -параметър на дифракционната решетка при N щрихи на 1мм;

β - ъгъл на отражение (дифракция) на лъчите от решетката;

 $\alpha\,$  - ъгъл на падане на лъчите към решетката.

Съгласно фиг. 1 според която, всеки отразен от стената "b" лъч изостава спрямо предходната стена с разстояние "h", довежда до преразпределение на интензивността между главните максимуми, варирайки с ъгъла на блясъка  $\delta$ . За намиране на съотношението между ъглите  $\alpha, \beta$  и  $\delta$ , съгласно фиг. 1 имаме:

$$\delta = \frac{(\alpha + \beta)}{2}$$

Посредством изменение на ъгъла на профила -  $\delta$ , (наричан и ъгъл на блясъка), може да се осигури желано направление на дифракция на ъглите (т.е. избран ъгъл  $\beta$ ) съответстващ на работния участък на спектъра  $\lambda_1...\lambda_2$ . [11]. Формула (2) е подходяща и при решаване на обратната задача, т.е. при зададен работен спектрален диапазон и компановка на уреда (зададен ъгъл  $\beta$ ), да се определи ъгъла на блясъка и по него да се подбере подходящата дифракционна решетка.

Следващ момент е критерия за съпоставка между наличните дифракционни решетки по каталожни данни и заявка за доставка на най-подходящата. От фиг. 1 може да се напишат следните равенства:

$$(3) \qquad \qquad \beta + \delta = \alpha - \delta ,$$

$$\beta + \alpha = 90^{\circ}.$$

За вариант на уред, за който ъгъла между падащите лъчи и направлението на дифракция е под прав ъгъл, след математическите преобразувания се получава:

(5) 
$$\alpha - \beta = 2\delta,$$

(6) 
$$\beta = 45 - \delta$$
,  $\alpha = 45 + \delta$ .

След заместване в (1) с (6) и отчитане на  $\cos \delta$  спрямо уравнението (1) за отражателна решетка се получава:

(7) 
$$\sin(45-\delta) + \sin(45+\delta) = \frac{m\lambda N}{d\cos\delta}$$

(8) 
$$2.0,707\cos\delta = \frac{m\lambda N}{10^6\cos\delta},$$

от където

(9) 
$$\cos^2 \delta = \frac{m\lambda N}{10^6.1,414}.$$

От фиг. 1 също може да се определи:

(10) 
$$\sin \delta = \frac{\lambda N}{10^6}.$$

Така ползвайки (9) и (10) при зададен спектрален диапазон  $\lambda_1...\lambda_2$  се стига до техническите изисквания за избор на най-подходящата дифракционна решетка. Съгласно (10) се подбират броя щрихи на 1мм и ъгъл на блясъка, който трябва да е близък с изчисления по формула (9) при различен порядък на дифракция *m*=1,2,3.

Получените данни за дифракционната решетка се съпоставят с най-близката по каталожни данни. Въз основа на нея се извършват окончателни изчисления на стойностите на ъглите  $\alpha$  и  $\beta$  за уреда.

При проектирането има възможност за установяване линейността на сканиране на спектралния диапазон спрямо завъртването на дифракционната решетка. За целта при  $\alpha + \beta = 90^{\circ}$ , това е възможно след заместване в (1) само с единия от двата ъгъла. Нека да се замени sin  $\alpha$  с – cos  $\beta$ , тогава:

(11) 
$$\sin\beta - \cos\beta = \frac{m\lambda N}{10^6\cos\delta}.$$

За удобство на анализа дясната част на равенството се представя с константа A, умножена на  $\lambda$ , а именно

(12) 
$$\sin\beta - \cos\beta = A\lambda,$$

повдигат се двете страни на квадрат

(13) 
$$(\sin\beta - \cos\beta)^2 = (A\lambda)^2,$$

и след преобразуване се получава:

(14) 
$$1 - A^2 \lambda^2 = \sin 2\beta.$$

При задаване стойност на  $\lambda = \lambda_1 ... \lambda_2$  се получава зависимост на  $\beta = f(\lambda)$ , която е желателно да е линейна. В противен случай е необходимо в конструкцията на уреда да се предвиди синусен механизъм за компенсиране на нелинейността.

Така разработената методика за практическо решение на основното уравнение на дифракционната решетка за спектрален уред се основава на резултати от математически изчисления, прилагани в досегашната практика на ИКИ – БАН. Въз основа на така обобщените изчисления е удобно да се разработи програма, която значително ще облекчи трудоемките изчисления.

Литература:

- 1. Бойчев, Б. Малки двуканални фотометри по проекти "Активен" и "АПЕКС"; Аерокосмически изследвания в България, кн. 14, 1998, стр. 92 – 101
- Гецов П. Научно техническа програма за втория българо-руски космически полет Проект "Шипка" – основни цели, задачи и резултати. Сб. доклади от Юбилейна научна сесия "10 години космически проект "Шипка", 1998, с. 3-7.
- Илиев И., Многоканални спектрометрични дистанционни изследвания на Слънцето и земната атмосфера, Дисертация за получаване на научната и образователна степен "Доктор" по научна специалност 01.04.-12 – "Дистанционни изследвания на Земята и планетите", 2000 г.
- 4. Лебедева В. В. Техника оптической спектроскопи, 2-е изд. М. Изд-во МГУ. 1986г.
- 5. Манев А., К. Палазов, С. Райков, В. Иванов. Комбиниран спътников мониторинг на температурната аномалия през август 1998 г., "Сборник доклади на IX-та национална конференция с международно участие. Основни проблеми на слънчево земните въздействия, София, , 2002 г., с. 153 156.
- 6. Мардиросян Г., Аерокосмически методи в екологията и изучаването на околната среда. Акад. Издат. "Марин Дринов, 2003, 208 стр.
- 7. Оптические спектральние приборы, Учеб. Пособие для ВУЗ. М. Машиностроение, 1984г., 240 с.

- Руменина Е. Мониторинг на земеползването и антропогенната преобразуваност на част от полигон Пловдив чрез многоканални изображения и ГИС. Дисертация. ИКИ – БАН, София, 2001, 112 с.
- Manev A., K. Palazov. The Correlation between the Black sea surface temperature anomaly on 4<sup>th</sup> august 1998 and Ozone Layer Thickness, First International Congress on Mechanical and Electrical Engineering and Technology MEET/MARIND. Technical University, Varna, 2002, Vol IV, pp. 257-261.
- 10. Tzekova V., Tzekov E. Bright spots selection in TV- images, Aerospace Research in Bulgaria, vol 17, 2003, p. 151- 156.
- 11. Handbook of Diffraction Gratings ruled and holographic. ISA. Jobin Yvon, January, 1988.